Repetition Logarithmen

- Ich kann den Ausdruck $\log_2 8$ berechnen.

  $\rightarrow \log_2 8 = 3$, weil $2^3 = 8$.

- Ich weiss, von welchen Zahlen ich den Logarithmus bestimmen kann.

  $\rightarrow$ von rationalen Zahlen grösser 0. Der Logarithmus kann für Zahlen ≤ 0 nicht berechnet werden.

- Ich weiss, was mit der Abkürzung lg gemeint ist.

  $\rightarrow$ lg ist die Abkürzung für den Logarithmus mit Basis 10 ($\log_{10}$).

- Ich kann z.B. $\log_{10} 5$ direkt mit dem TR berechnen.

  $\rightarrow$ Die Taste für den Zehnerlogarithmus ist nicht mit lg angeschrieben, sondern einfach mit log. Es wird also log und dann 5 getippt (oder umgekehrt, je nach Modell). Das Ergebnis zur Kontrolle: $\log_{10} 5 \approx 0.699$

- Ich weiss, was mit der Abkürzung ln gemeint ist.

  $\rightarrow$ ln ist die Abkürzung für den Logarithmus mit Basis e (natürlicher Logarithmus, $e \approx 2.72$). Der natürliche Logarithmus ist auf dem TR zu finden unter der Abkürzung ln. Ein Beispiel $\ln(5) \approx 1.609$

- Ich kenne die Logarithmenregeln, d.h ($x, y > 0, a \in \mathbf{Q}^+ \setminus \{0\}, q \in \mathbf{Q}$):

  - $\log_a(x \cdot y) = \ldots$
  - $\log_a(x : y) = \ldots$
  - $\log_a x^q = \ldots$

  $\rightarrow$

  - $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$
  - $\log_a(x/y) = \log_a x - \log_a y$
  - $\log_a x^q = q \cdot \log_a x$

- Ich kann z.B. den Ausdruck $\log_2 9$ mit dem TR berechnen, obwohl die Basis 2 nicht getippt werden kann.

  $\rightarrow$ Dies geschieht mit Hilfe des Basiswechsels, es gilt:

  $$\log_2 9 = \frac{\log_{10} 9}{\log_{10} 2} \approx 3.17$$

  Erstaunlicherweise funktioniert dieser Basiswechsel nicht nur für die Basis 10, sondern für jede beliebige Basis, also:

  $$\log_2 9 = \frac{\ln 9}{\ln 2} = \frac{\log_a 9}{\log_a 2}$$

- Ich kenne den Zusammenhang zwischen dem Logarithmus und der dazugehörigen Exponentialgleichung, ich kann z.B. die Gleichung $3^x = 4$ lösen.

  Es gilt: $\rightarrow \log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b$. Übertragen auf unser Beispiel:

  $$3^x = 4 \Rightarrow x = \log_3 4 = \frac{\log_{10} 4}{\log_{10} 3} \approx 1.26$$

Übungen

1. Berechne die Werte der folgenden Logarithmen.

   a) $\log_3 81 =$ b) $\log_5 25 =$ c) $\log_2 16 =$

   d) $\log_{12} 144 =$ e) $\log_5 1 =$ f) $\log_{10} \frac{1}{10} =$

   g) $\log_{0.5} 8 =$ h) $\log_{10} 0.01 =$ i) $\log_2 8^{12} =$

   $[4, 2, 4, 2, 0, -1, -3, -2, 36]$

2. Berechne die Werte der folgenden Logarithmen.

   a) $\lg 10^7 =$ b) $\lg 10000 =$ c) $\lg 0.0001 =$

   $[7, 4, -4]$

3. Berechne die Werte der folgenden Logarithmen ($a \in \mathbf{R}^+, n \in \mathbf{N}$).

   a) $\log_a 1 =$ b) $\log_a a =$ c) $\log_a a^2 =$

   d) $\log_a a^n =$ e) $\log_a \frac{1}{a} =$ f) $\log_a \frac{1}{a^2} =$

   g) $\log_a \frac{1}{a^n} =$ h) $\log_a \sqrt{a} =$ i) $\log_a \sqrt[3]{a} =$

   $[0, 1, 2, n, -1, -2, -n, 1/2, 1/3]$

4. Berechne die folgenden natürlichen Logarithmen !

   a) $\ln e^2 =$ b) $\ln \frac{1}{e} =$ c) $\ln \sqrt{e} =$

   d) $\ln e =$ e) $\ln(\ln(e)) =$ f) $e^{2\ln(e)} =$

   g) $\ln 0 =$ h) $\ln e^{10} =$

   $[2, -1, 1/2, 1, 0, e^2, k.W., 10]$

5. Zerlege die Logarithmen mit Hilfe der Logarithmengesetze !

   a) $\log_3(27 \cdot 9) =$ b) $\log_2(8 \cdot 16) =$ c) $\log_2\left(16^5\right) =$

   d) $\log_4(2) + \log_4(8) =$ e) $\log_3(54) - \log_3(2) =$ f) $\log_2(48) - \log_2(3) =$

   $[5, 7, 20, 2, 3, 4]$

6. Skizziere die Graphen der Funktionen f mit den folgenden Vorschriften:

   a) $f(x) = \log_3 x$ b) $f(x) = \log_{0.5} x$

7. Stelle rechnerisch fest, ob der angegebene Punkt oberhalb, unterhalb oder auf dem Graphen mit der Vorschrift $f(x) = \log_2 x$ liegt.

   a) $P_1 = (7 \mid 3)$ [oberhalb] b) $P_2 = (32 \mid 5)$ [auf]

8. Gib x als Dezimalzahl an. Runde Dein Ergebnis auf zwei Stellen nach dem Komma.

   a) $x = \lg\left(2.46 \cdot 10^{7890}\right)$ [7890.39] b) $x = \log_2\left(2.84 \cdot 10^{-4657}\right)$ [-15468.71]

9. Löse die folgenden Exponentionalgleichungen. Runde Dein Ergebnis auf zwei Kommastellen. Kontrolliere Dein Ergebnis durch Einsetzen.

   a) $2^{4x} + 2^{4x+5} = 99$ b) $5^{3x+1} - 5^{3x-1} = 48$

   [0.40;0.48]

10. Löse die folgenden Exponentionalgleichungen. Runde Dein Ergebnis auf zwei Kommastellen. Kontrolliere Dein Ergebnis durch Einsetzen.

a) $10^x + 10^{2x} = 600$

b) $2^x + 3 = 4^x$

[1.38;1.20]

11. Löse die folgenden Gleichungen ($a \in \mathbf{R}^+$). Gib Dein Ergebnis in der Form $\mathbf{L} = \{\ldots\}$ an.

a) $3\log_5 x = 2\log_5 8$

b) $\log_3(x+4) + \log_3(x) = \log_3(x+1)$

c) $\log_4 x^2 - \log_4 8 = \log_4 8 - \log_4 27$

d) $\frac{1}{2}\log_6(x+1) = \log_6 10 - \log_6 2$

[4;0.30;±1.54;24]