

Lösungen Repetition Logarithmen

Übungen

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.
- 6.
- 7.

8. Gib x als Dezimalzahl an. Runde Dein Ergebnis auf zwei Stellen nach dem Komma.

a) $\underline{\underline{x}} = \lg(2.46 \cdot 10^{7890}) = \log_{10} 2.46 + \log_{10} 10^{7890} = \log_{10} 2.46 + 7890 \cdot \log_{10} 10 \approx 0.39 + 7890 \cdot 1 \approx \underline{\underline{7890.39}}$

b) $\underline{\underline{x}} = \log_2 2.84 + \log_2 10^{-4657} = \log_2 2.84 - 4657 \cdot \log_2 10 = \frac{\log_{10} 2.84}{\log_{10} 2} - 4657 \cdot \frac{\log_{10} 10}{\log_{10} 2} \approx -15468.71$

9. Löse die folgenden Exponentialgleichungen. Runde Dein Ergebnis auf zwei Kommastellen. Kontrolliere Dein Ergebnis durch Einsetzen.

a) $2^{4x} + 2^{4x+5} = 99 \Rightarrow 2^{4x} + 2^{4x} \cdot 2^5 = 99 \Rightarrow 2^{4x} + 2^{4x} \cdot 32 = 99 \Rightarrow 33 \cdot 2^{4x} = 99 \Rightarrow 2^{4x} = 3 \Rightarrow 4x = \frac{\log_{10} 3}{\log_{10} 2} \approx 1.58 \Rightarrow \underline{\underline{x \approx 0.40}}$

b) $5^{3x+1} - 5^{3x-1} = 48 \Rightarrow 5^{3x} \cdot 5 - 5^{3x} \cdot 5^{-1} = 48 \Rightarrow 4.8 \cdot 5^{3x} = 48 \Rightarrow 5^{3x} = 10 \Rightarrow 3x = \frac{\log_{10} 10}{\log_{10} 5} \approx 1.43 \Rightarrow \underline{\underline{x \approx 0.48}}$

10. Löse die folgenden Exponentialgleichungen. Runde Dein Ergebnis auf zwei Kommastellen und gib Dein Ergebnis in der Form $\mathbf{L} = \{\dots\}$ an. Kontrolliere bei (a) Dein Ergebnis durch Einsetzen.

a) $10^x + 10^{2x} = 600$

- $10^x + (10^x)^2 = 600 \mid 10^x = u$
- $u + u^2 = 600 \Rightarrow u^2 + u - 600 = 0$
- $u_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 2400}}{2} = \frac{-1 \pm 49}{2} \Rightarrow u_1 = 24, u_2 = -25$
- $u_1 = 24 \Rightarrow 10^x = 24 \Rightarrow x = \log_{10} 24 \approx 1.38$
- $u_2 = -25 \Rightarrow 2^x \approx -25 \Rightarrow$ Die Gleichung hat keine Lösung
- $\underline{\underline{\mathbf{L} = \{1.38\}}}$

b) $2^x + 3 = 4^x$

- $2^x + 3 = (2^2)^x$
- $2^x + 3 = (2^x)^2 \mid 2^x = u$
- $u + 3 = u^2 \Rightarrow u^2 - u - 3 = 0$
- $u_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 + 12}}{2} \Rightarrow u_1 \approx 2.30, u_2 \approx -1.30$
- $u_1 = 2.30 \Rightarrow 2^x \approx 2.30 \Rightarrow x \approx \log_2 2.30 \approx \frac{\log_{10} 2.30}{\log_{10} 2} \approx 1.20$

- $u_2 = -1.30 \Rightarrow 2^x \approx -1.30 \Rightarrow$ Die Gleichung hat keine Lösung
- $\mathbf{L} = \{1.20\}$

11. Löse die folgenden Gleichungen ($a \in \mathbf{R}^+$). Gib Dein Ergebnis in der Form $\mathbf{L} = \{\dots\}$ an.

a) $3 \log_5 x = 2 \log_5 8$

- 3.Log-Gesetz: $\log_5 x^3 = \log_5 8^2$
- $x^3 = 8^2 \Rightarrow x^3 = 64 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow$ $\mathbf{L} = \{4\}$

b) $\log_3(x+4) + \log_3(x) = \log_3(x+1)$

- 1.Log-Gesetz: $\log_3[(x+4)x] = \log_3(x+1)$
- $(x+4)x = x+1 \Rightarrow x^2 + 4x = x+1 \Rightarrow x^2 + 3x - 1 = 0$
- $x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9+4}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}$
- $x_1 \approx 0.30, x_2 \approx -3.30$
- Die zweite Lösung ist ungültig, weil man beim Einsetzen in die Anfangsgleichung eine negative Zahl erhält.
- Damit: $\mathbf{L} = \{0.30\}$

c) $\log_4 x^2 - \log_4 8 = \log_4 8 - \log_4 27$

- 2.Log-Gesetz: $\log_4[x^2 : 8] = \log_4(8 : 27)$
- $x^2 : 8 = 8 : 27 \Rightarrow x^2 = 64 : 27 \Rightarrow x = \pm 1.54$
- $\mathbf{L} = \{\pm 1.54\}$

d) $\frac{1}{2} \log_6(x+1) = \log_6 10 - \log_6 2$

- 3.Log-Gesetz und Log-Gesetz: $\log_6(x+1)^{\frac{1}{2}} = \log_6(10 : 2)$
- $(x+1)^{\frac{1}{2}} = 5 \Rightarrow x+1 = 25 \Rightarrow x = 24$
- $\mathbf{L} = \{24\}$