Lösungen Repetition Kombinatorik

1. Wie viele 5-stellige Zahlen kann man unter ausschliesslicher Verwendung der Ziffern 1,2,3 bilden ?
   - $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^5 = \underline{\underline{243}}$
2. Ein Morse-Zeichen wird mit Punkten und Strichen gebildet. Beispiele:

$$A : \cdot - \quad B : - \cdot\cdot\cdot \quad I : \cdot\cdot \quad T : - \quad Z : - - \cdot\cdot$$

   a) Wie viele 3-stellige Morsezeichen sind möglich ?
   - $2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 = \underline{\underline{8}}$

   b) Wie viele höchstens 4-stellige Morsezeichen sind möglich ?
   - $2 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 2 \cdot 2 + 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2 + 4 + 8 + 16 = \underline{\underline{30}}$
3. Wieviel „Wörter“ bestehend aus sieben Buchstaben, kann eine Computer aufschreiben, wenn das Alphabet 26 Buchstaben hat und kein Buchstabe mehrfach auftreten darf (schreibe Dein Ergebnis mit (einer) Fakultät(en)) ?
   - $26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 21 \cdot 20 = \underline{\underline{\frac{26!}{19!}}}$
4. Eine Firma verkauft den Bürostuhl „Capo“ in 3 verschiedenen Grössen und in 6 verschiedenen Farben. Ferner kann der Kunde wählen, ob der Stuhl fahrbar sein soll oder nicht. Wie viele verschiedene Bürostühle des Modelles „Capo “bietet die Firma zum Verkauf an ?
   - $3 \cdot 6 \cdot 2 = \underline{\underline{36}}$
5. Ein Sportgeschäft verkauft Schlittschuhe für Damen und für Herren in je 2 Qualitäten und 20 verschiedenen Schuhgrössen. Wie viele Schlittschupaare muss das Geschäft am Lager haben, wenn jedes mögliche Paar dreifach vorhanden sein soll ? [240 Paare]
   - $2 \cdot 2 \cdot 20 \cdot 3 = \underline{\underline{240}}$
6. Auf einem Parkplatz sind noch 6 Parkplätze frei. Gleichzeitig kommen 3 unterscheidbare Autos an. Auf wieviele Arten können diese Autos parkiert werden ?
   - $6 \cdot 5 \cdot 4 = \underline{\underline{120}}$
7. Wie viele 5-stellige

   a) Zahlen mit lauter ungeraden Ziffern gibt es ?
   - $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = \underline{\underline{3125}}$

   b) Zahlen mit lauter verschiedenen Ziffern gibt es ?
   - $9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = \underline{\underline{27216}}$

   c) Zahlen mit lauter verschiedenen ungeraden Ziffern gibt es ?
   - $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = \underline{\underline{120}}$

   d) Zahlen mit lauter geraden Ziffern gibt es ?
   - $4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = \underline{\underline{2500}}$

   e) gerade Zahlen gibt es ?
   - $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 5 = \underline{\underline{45000}}$

   f) Zahlen mit lauter verschiedenen geraden Ziffern gibt es ?
   - $4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = \underline{\underline{96}}$

8. Beim Kegeln (9 Kegel) gilt es, mit einer Kugel möglichst viele Kegel umzuwerfen. Wie viele Wurfbilder sind insgesamt theoretisch möglich ?
   - $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = \underline{\underline{256}}$
9. Wir haben 4 rote, 3 schwarze und 2 weisse Kugeln, die sich nur in ihrer Farbe unterscheiden lassen. Auf wieviele Arten können diese Kugeln auf 9 Plätze gesetzt werden ?
   - $\frac{9!}{4! \cdot 3! \cdot 2!} = \underline{\underline{1260}}$
10. Ein Kilometerzähler besteht aus fünf Stellen. An jeder Stelle kann eine der Ziffern von 0-9 stehen.
    a) Wieviele Kilometerstände mit sind möglich, wenn keine Zwei vorkommen darf ?
       - $9^5 = \underline{\underline{59049}}$

    b) Wieviele Kilometerstände sind möglich, wenn genau eine Zwei vorkommen muss ?
       - Annahme: Die Zwei ist an erster Stelle: $1 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 = 9^4 = \underline{\underline{6561}}$
       - Die Zwei kann aber auch an 2.,3.,4. oder 5. Stelle sein $\Rightarrow 5 \cdot 6561 = \underline{\underline{32805}}$

    c) Wieviele Kilometerstände sind möglich, wenn genau zwei Zweien vorkommen müssen ?
       - Annahme: Die Zweien sind an erster und zweiter Stelle: $1 \cdot 1 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 = 9^3 = 729$
       - Die Zweien können auf $\frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} = \binom{5}{2}$ verschiedene Arten auf die 5 Plätze (weil 5 Ziffern) verteilt werden $\Rightarrow \binom{5}{2} \cdot 9^3 = \underline{\underline{7290}}$

    d) Wieviele Kilometerstände sind möglich, wenn genau drei Zweien vorkommen müssen ?
       $\Rightarrow \binom{5}{3} \cdot 9^2 = \underline{\underline{810}}$

    e) Wieviele Kilometerstände sind möglich, wenn genau vier Zweien vorkommen müssen ?
       $\Rightarrow \binom{5}{4} \cdot 9^1 = \underline{\underline{45}}$

    f) Wieviele Kilometerstände sind möglich, wenn genau fünf Zweien vorkommen müssen ?
       $\Rightarrow \binom{5}{5} \cdot 9^0 = \underline{\underline{1}}$ (ist sofort einsichtig !)

    g) Wieviele Kilometerstände sind insgesamt möglich ?
       $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = \underline{\underline{100000}}$ (Kontrolle: 59049+32805+7290+810+45+1 = 100000 ✓)
11. Beim Schweizer Zahlenlotto werden aus 45 Zahlen 6 gezogen.
    a) Wieviele Zahlenkombinationen mit genau null richtigen Zahlen sind möglich ?
       - $\binom{6}{0} \cdot \binom{39}{6} = \underline{\underline{3262623}}$

    b) Wieviele Zahlenkombinationen mit genau einer richtigen Zahl sind möglich ?
       - $\binom{6}{1} \cdot \binom{39}{5} = \underline{\underline{3454542}}$

    c) Wieviele Zahlenkombinationen mit genau zwei richtigen Zahlen sind möglich ?
       - $\binom{6}{2} \cdot \binom{39}{4} = \underline{\underline{1233765}}$

    d) Wieviele Zahlenkombinationen mit genau drei richtigen Zahlen sind möglich ?
       - $\binom{6}{3} \cdot \binom{39}{3} = \underline{\underline{182780}}$

    e) Wieviele Zahlenkombinationen mit genau vier richtigen Zahlen sind möglich ?
       - $\binom{6}{4} \cdot \binom{39}{2} = \underline{\underline{11115}}$

    f) Wieviele Zahlenkombinationen mit genau fünf richtigen Zahlen sind möglich ?
       - $\binom{6}{5} \cdot \binom{39}{1} = \underline{\underline{234}}$

    g) Wieviele Zahlenkombinationen mit genau sechs richtigen Zahlen sind möglich ?
       - $\binom{6}{6} \cdot \binom{39}{0} = \underline{\underline{1}}$

    h) Wieviele Zahlenkombinationen sind insgesamt möglich ?

- $\binom{45}{6} = \underline{\underline{8145060}}$
  (Kontrolle: 3262623+3454542+123376+182780+11115+234+1 = 8145060 ✓)

12. Ein Pokerspiel besteht aus 52 Karten. Es werden nun fünf Karten gezogen. Wieviele Blätter mit

    a) Full House (Drilling und Zwilling) sind möglich ? [3744]

    - Wir wählen den Drilling aus:
      - Wir wählen die Stufe (z.B. König, Dame, Ass,...): 13 Möglichkeiten
      - Die Stufe ist gewählt, es gibt nur $\dfrac{4 \cdot 3 \cdot 2}{3 \cdot 2 \cdot 1} = \binom{4}{3}$ Möglichkeiten, einen Zwilling zu bilden.
      - Anzahl Möglichkeiten für den ersten Zwilling: $13 \cdot \binom{4}{3}$
    - Wir bilden den Zwilling: $12 \cdot \binom{4}{2}$
    - Total: $13 \cdot \binom{4}{3} \cdot 12 \cdot \binom{4}{2} = \underline{\underline{3744}}$

    b) einem Doppelzwilling (z.B. Herz-Vier, Kreuz-Vier, Herz-Bube, Pik-Bube, Pik-Dame) sind möglich ?

    - Wir wählen den ersten Zwilling aus:
      - Wir wählen die Stufe (z.B. König, Dame, Ass,...): 13 Möglichkeiten
      - Die Stufe ist gewählt, es gibt nur $\dfrac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} = \binom{4}{2}$ Möglichkeiten, einen Zwilling zu bilden.
      - Anzahl Möglichkeiten für den ersten Zwilling: $13 \cdot \binom{4}{2}$
    - Wir bilden den zweiten Zwilling: $12 \cdot \binom{4}{2}$
    - Je vier Karten einer Stufe sind gebraucht, es bleiben noch 44 Karten übrig
    - Die beiden Zwillinge können noch vertauscht werden, also noch durch $2 \cdot 1$
    - Total: $\dfrac{13 \cdot \binom{4}{2} \cdot 12 \cdot \binom{4}{2} \cdot 44}{2 \cdot 1} = \underline{\underline{123552}}$