Lösungen Repetition Wahrscheinlichkeit

1. In einer Lostrommel befinden sich der Haupttreffer (H), 6 Gewinne (G), 20 Trostpreise (T) und 13 Nieten (N), wobei die Gewinne, Trostpreise und Nieten nicht unterschieden werden. Isabelle ist Glücksfee und zieht ein Los. Bestimme den Ergebnisraum Ω und gibt für jedes Ergebnis ω die zugehörige Wahrscheinlichkeit an.

   - $\Omega = \{H, G, T, N\}$
   - $P(H) = \frac{1}{40} \approx 0.025, P(G) = \frac{6}{40} \approx 0.15, P(T) = \frac{20}{40} \approx 0.5, P(N) = \frac{13}{40} \approx 0.325$

2. Entscheide, ob ein Laplace-Versuch vorliegt.

   a) Roulettespiel, wir schauen auf welcher Farbe die Kugel zu stehen kommt.
   $\rightarrow$ nein, die Wahrscheinlichkeit für die Farbe Grün (0) ist kleiner als für die Farben Schwarz und Rot.

   b) Roulettespiel, wir schauen auf welcher Zahl die Kugel zu stehen kommt.
   $\rightarrow$ ja, die Wahrscheinlichkeit für jede Zahl ist gleich gross.

   c) Ein Spielwürfel mit den Augenzahlen 1,2,4,5,5,6. Wir schauen, welche Zahl gewürfelt wird.
   $\rightarrow$ nein, die Wahrscheinlichkeit für die 5 ist grösser als für die übrigen Zahlen.

   d) Ein Spielwürfel mit den Augenzahlen 1,2,4,5,5,6. Wir schauen, ob die gewürfelte Zahl gerade oder ungerade ist.
   $\rightarrow$ ja, beide Male 0.5.

   e) Ein Spielwürfel mit den Augenzahlen 1,2,4,5,5,6. Wir schauen, ob die gewürfelte Zahl grösser 4 ist.
   $\rightarrow$ ja, beide Male 0.5.

   f) In einem Gefäss liegen 4 schwarze, 6 rote und 8 blaue Kugeln. Eine Kugel wird gezogen. Wir schauen auf die Farbe der Kugel.
   $\rightarrow$ nein, unterschiedliche Wahrscheinlichkeiten.

   g) Aus einem Jasskartenspiel wird eine Karte gezogen. Wir schauen auf die Farbe (Eichel, Schellen, Schaufel, Rose) der Karte.
   $\rightarrow$ ja, für alle Farben 0.25

   h) Ein blauer und ein roter Würfel werden gleichzeitig geworfen. Wir schauen auf die Summe der beiden Augenzahlen.
   $\rightarrow$ nein, z.B. ist die Wahrscheinlichkeit für die Augensumme 2 kleiner als für die Augensumme 7.

3. Wir greifen aus einem Jasskartenspiel (36 Karten, 4 Farben) eine Karte heraus. Mit welcher Wahrscheinlichkeit trifft das folgende Ereignis ein ?

   a) Eine Eichelkarte wird gezogen.
   - $P(\text{Eichelkarte}) = \frac{9}{36} = \underline{\underline{0.25}}$

   b) Das Rosenass wird gezogen.
   - $P(\text{Rosenass}) = \frac{1}{36} \approx \underline{\underline{0.03}}$

   c) Ober oder König wird gezogen.
   - $P(\text{Ober oder König}) = \frac{8}{36} \approx \underline{\underline{0.22}}$

4. Beim Schweizer Lotto werden aus 45 Zahlen deren 6 gezogen. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit,

a) sechs richtige Zahlen anzukreuzen ?

- $P(6 \text{ Richtige}) = \dfrac{\binom{6}{6} \cdot \binom{39}{0}}{\binom{45}{6}} \approx \underline{\underline{0.00000012}}$

b) fünf richtige Zahlen anzukreuzen ?

- $P(5 \text{ Richtige}) = \dfrac{\binom{6}{5} \cdot \binom{39}{1}}{\binom{45}{6}} \approx \underline{\underline{0.00002873}}$

c) vier richtige Zahlen anzukreuzen ?

- $P(4 \text{ Richtige}) = \dfrac{\binom{6}{4} \cdot \binom{39}{2}}{\binom{45}{6}} \approx \underline{\underline{0.00136463}}$

d) drei richtige Zahlen anzukreuzen ?

- $P(3 \text{ Richtige}) = \dfrac{\binom{6}{3} \cdot \binom{39}{3}}{\binom{45}{6}} \approx \underline{\underline{0.02244060}}$

e) zwei richtige Zahlen anzukreuzen ?

- $P(2 \text{ Richtige}) = \dfrac{\binom{6}{2} \cdot \binom{39}{4}}{\binom{45}{6}} \approx \underline{\underline{0.15147402}}$

f) eine richtige Zahl anzukreuzen ?

- $P(1 \text{ Richtige}) = \dfrac{\binom{6}{1} \cdot \binom{39}{5}}{\binom{45}{6}} \approx \underline{\underline{0.42412726}}$

g) keine richtige Zahl anzukreuzen ?

- $P(0 \text{ Richtige}) = \dfrac{\binom{6}{0} \cdot \binom{39}{6}}{\binom{45}{6}} \approx \underline{\underline{0.40056463}}$

5. Ein Jasskartenspiel besteht aus 36 Karten. Ein Spieler erhält nun 9 Karten. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Spieler

a) alle vier Bauern hat ?

- $P(4 \text{ Bauern}) = \dfrac{\binom{4}{4} \cdot \binom{32}{5}}{\binom{36}{9}} \approx \underline{\underline{0.00214}}$

b) drei Damen hat ?

- $P(3 \text{ Damen}) = \dfrac{\binom{4}{3} \cdot \binom{32}{6}}{\binom{36}{9}} \approx \underline{\underline{0.03850}}$

c) keinen König hat ?

- $P(\text{keinen König}) = \dfrac{\binom{32}{9}}{\binom{36}{9}} \approx \underline{\underline{0.29794}}$

d) zwei Bauern und zwei Asse hat ?

- $P(2 \text{ Bauern und } 2 \text{ Asse}) = \dfrac{\binom{4}{2} \cdot \binom{4}{2} \cdot \binom{32}{5}}{\binom{36}{9}} \approx \underline{\underline{0.037582}}$

6. Ein Pokerspiel enthält 52 Karten. Bei der Pokervariante Five Card draw erhält ein Spieler 5 Karten. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Spieler

a) ein Royalflash (Ass, König, Dame, Bube, Zehn der gleichen Farbe) hat ?

- $P(\text{Royalflash}) = \dfrac{4}{\binom{52}{5}} \approx \underline{\underline{0.0000015}}$

b) ein Fullhouse (ein Drilling und ein Zwilling) hat ?

- $P(\text{ein Drilling und ein Zwilling}) = \dfrac{13 \cdot \binom{4}{3} \cdot 12 \cdot \binom{4}{2}}{\binom{52}{5}} \approx \underline{\underline{0.0014406}}$

c) einen Doppelzwilling (zwei Zwillinge) hat ?

- $P(\text{Doppelzwilling}) = \dfrac{\frac{13 \cdot \binom{4}{2} \cdot 12 \cdot \binom{4}{2}}{2 \cdot 1} \cdot 44}{\binom{52}{5}} \approx \underline{\underline{0.0475390}}$

d) einen Drilling hat (die verbleibenden zwei Karten dürfen kein Zwilling sein) ?

- $P(\text{ein Drilling}) = \dfrac{13 \cdot \binom{4}{3} \cdot \frac{48 \cdot 44}{2 \cdot 1}}{\binom{52}{5}} \approx \underline{\underline{0.0211285}}$

7. Wir greifen aus einem Jasskartenspiel (36 Karten, 4 Farben) eine Karte heraus. Berechne mit Hilfe der Summenformel jeweils die Wahrscheinlichkeit für die folgenden Ereignisse.

a) Schaufelkarte oder König

- $P(\text{Schaufelkarte oder König}) = P(\text{Schaufelkarte}) + P(\text{König}) - P(\text{Schaufelkarte und König}) = \dfrac{9}{36} + \dfrac{4}{36} - \dfrac{1}{36} = \dfrac{12}{36} = \dfrac{1}{\underline{\underline{3}}}$

b) Rosenkarte oder eine Karte höher als die Bauernkarte (Dame, König, Ass)

- $P(\text{Rosenkarte oder eine Karte höher als die Bauernkarte}) = P(\text{Rosenkarte}) + P(\text{Karte höher als die Bauernkarte}$
$P(\text{Rosenkarte und eine Karte höher als die Bauernkarte}) = \dfrac{9}{36} + \dfrac{12}{36} - \dfrac{3}{36} = \dfrac{18}{36} = \dfrac{1}{\underline{\underline{2}}}$

c) Ober oder König [2/9]

- $P(\text{Ober oder König}) = P(\text{Ober}) + P(\text{König}) - P(\text{Ober und König}) = \dfrac{4}{36} + \dfrac{4}{36} - \dfrac{0}{36} = \dfrac{8}{36} = \dfrac{2}{\underline{\underline{9}}}$

8. Ein blauer und ein roter Würfel werden geworfen (s. Tabelle). Berechne mit der Komplementärregel die Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse:

a) „Die Augensumme ist kleiner als 9“

- $P(\text{Die Augensumme ist kleiner als 9}) = 1 - P(\text{Die Augensumme ist grösser oder gleich 9})$
- 9: (3,6),(4,5),(5,4),(6,3)
- 10: (4,6),(5,5),(6,4)
- 11: (6,5),(5,6)
- 12: (6,6)
- $1 - P(\text{Die Augensumme ist grösser oder gleich 9}) = 1 - \dfrac{10}{36} = \dfrac{26}{36} = \dfrac{13}{\underline{\underline{18}}}$

b) „Die Augensumme ist grösser als 4“

- $P(\text{Die Augensumme ist grösser als 4}) = 1 - P(\text{Die Augensumme ist kleiner oder gleich 4})$
- 4: (1,3),(2,2),(3,1)
- 3: (1,2),(2,1)
- 2: (1,1)
- $1 - P(\text{Die Augensumme ist kleiner oder gleich 4}) = 1 - \dfrac{6}{36} = \dfrac{30}{36} = \dfrac{5}{\underline{\underline{6}}}$

9. Ein Jasskartenspiel besteht aus 36 Karten, ein Spieler erhält 9 Karten, Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Spieler nicht alle 4 Asse in den Händen hält ?

- $P(\text{nicht alle 4 Asse}) = 1 - P(\text{alle 4 Asse}) = 1 - \frac{\binom{4}{4} \cdot \binom{32}{5}}{\binom{36}{9}} = \underline{\underline{0.999}}$

10. s.Skript

11. s.Skript