

2.3 Potenzen

(Thema aus dem Bereich Algebra)

Inhaltsverzeichnis

1	Repetition: Potenzen mit natürlichen Exponenten	2
2	Potenzen mit ganzzahligen Exponenten	4
3	Potenzen mit rationalen Exponenten	8

1 Repetition: Potenzen mit natürlichen Exponenten

Definition 1 Das Produkt von gleichen Termen wird folgendermassen zusammengefasst:

$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n\text{-mal}} = a^n$$

Wir erhalten sofort das erste Potenzgesetz:

Satz 1 $m, n \in \mathbb{N}$, $a \in \mathbb{R}$. Dann gilt:

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m} \quad (\text{R1})$$

Beweis

$$\bullet a^n \cdot a^m = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n\text{-mal}} \cdot \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{m\text{-mal}} = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{(n+m)\text{-mal}} = a^{n+m}$$

Weiter gilt:

Satz 2 $m, n \in \mathbb{N}$, $n > m$, $a \in \mathbb{R}$. Dann gilt:

$$a^n : a^m = a^{n-m} \quad (\text{R2})$$

Beweis

$$\bullet a^n : a^m = \frac{a^n}{a^m} = \frac{\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n\text{-mal}}}{\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{m\text{-mal}}} = a^{n-m}$$

Das dritte Gesetz:

Satz 3 $m, n \in \mathbb{N}$, $a \in \mathbb{R}$. Dann gilt:

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m} \quad (\text{R3})$$

Beweis

$$\bullet (a^n)^m = \underbrace{a^n \cdot a^n \cdot a^n \cdot \dots \cdot a^n}_{m\text{-mal}} = a^{\overbrace{n+n+n+\dots+n}^{m\text{-mal}}} = a^{m \cdot n}$$

Es folgen noch zwei Potenzgesetze zu Potenzen mit gleicher Basis.

Satz 4 $n \in \mathbb{N}$, $a, b \in \mathbb{R}$. Dann gilt:

$$a^n \cdot b^n = (ab)^n \quad (\text{R4})$$

Beweis

$$\bullet a^n \cdot b^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n\text{-mal}} \cdot \underbrace{b \cdot b \cdot b \cdot \dots \cdot b}_{n\text{-mal}} = \underbrace{ab \cdot ab \cdot ab \cdot \dots \cdot ab}_{n\text{-mal}} = (ab)^n$$

Satz 5 $n \in \mathbb{N}$, $a, b \in \mathbb{R}$. Dann gilt:

$$\boxed{a^n : b^n = (a : b)^n \quad (\text{R5})}$$

Beweis

$$\bullet a^n : b^n = \frac{a^n}{b^n} = \frac{\overbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}^{n\text{-mal}}}{\underbrace{b \cdot b \cdot b \cdot \dots \cdot b}_{n\text{-mal}}} = \frac{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}{\underbrace{b \cdot b \cdot b \cdot \dots \cdot b}_{n\text{-mal}}} = \left(\frac{a}{b}\right)^n = (a : b)^n$$

Übungen

1. Schreibe als Potenz der Form a^b .

a) $2^{12} \cdot 2^{25} =$

b) $a^{12} \cdot a^3 =$

c) $x^5 \cdot x =$

d) $(x+1)^3 \cdot (x+1)^9 =$

e) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{5^4} \cdot \sqrt{5^7} =$

f) $x^{2n+1} \cdot x^{11-n} =$

g) $5^{12} : 5^9 =$

h) $\sqrt{2^{40}} : \sqrt{2^6} =$

i) $a^{2n} : a^{2n-1} =$

j) $(a+b)^7 : (a+b)^4 =$

$$[2^{37}, a^{15}, x^6, (x+1)^{12}, 5^6, x^{n+12}, 5^3, 2^{17}, a, (a+b)^3]$$

2. Schreibe als Potenz der Form a^b .

a) $15^3 \cdot 2^3 =$

b) $0.01^6 \cdot 1000^6 =$

c) $\sqrt{12^3} \cdot \sqrt{3^3} =$

d) $(\sqrt{5}+1)^4 (\sqrt{5}-1)^4 =$

e) $6^9 : 3^9 =$

f) $\sqrt{8^7} : \sqrt{2^7} =$

g) $(4abc)^n : (2ac)^n =$

$$[30^3, 10^6, 6^3, 4^4, 2^9, 2^7, (2b)^n]$$

3. Schreibe als Potenz der Form a^b .

a) $(a^3)^8 =$

b) $(x^6)^6 =$

c) $(x^2)^{n+1}$

d) $(n^n)^n$

$$[a^{24}, x^{36}, x^{2n+2}, n^{n^2}]$$

4. Schreibe so um, dass im Schlussergebnis nur ein Exponent und keine Klammer vorkommt.

a) $(-a^4)^3 =$

b) $((-a)^4)^3 =$

$$[-a^{12}, a^{12}]$$

5. Schreibe als Dezimalzahl. Die Variable n steht jeweils für eine natürliche Zahl.

a) $(-1) \cdot (-1)^3 \cdot (-1)^5 =$

b) $(-1)^{4n}$

c) $\left(\frac{x-1}{1-x}\right)^{2n} =$

Jetzt noch der Exponent 0.

Frage: $3^4 : 3^4 = ?$

- Der naheliegendste Weg: $3^4 : 3^4 = \frac{3^4}{3^4} = 1$
- Das Potenzgesetz würde liefern: $3^4 : 3^4 = 3^{4-4} = 3^0$

Definition 3 $a \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$. Dann definieren wir:

$$a^0 = 1$$

Wir können unsere Regeln erweitern:

Satz 6 Es seien $a, b \in \mathbf{R} \setminus \{0\}; z_1, z_2 \in \mathbf{Z}$. Dann gilt:

$a^{z_1} \cdot a^{z_2} = a^{z_1+z_2}$ (R1)
$a^{z_1} : a^{z_2} = a^{z_1-z_2}$ (R2)
$(a^{z_1})^{z_2} = a^{z_1 \cdot z_2}$ (R3)
$a^{z_1} \cdot b^{z_1} = (ab)^{z_1}$ (R4)
$a^{z_1} : b^{z_1} = (a : b)^{z_1}$ (R5)

Die Sätze lassen sich mit den gleichen Ideen wie die Sätze 1-5 beweisen, jedoch aufwendiger. Wir verzichten an dieser Stelle auf diese Beweise.

Übungen

11. Schreibe als gewöhnlichen Bruch oder, wenn möglich, als ganze Zahl.

- | | |
|--------------------------------------|--------------------------------------|
| a) $2^{-3} =$ | b) $3^{-2} =$ |
| c) $-2^{-3} =$ | d) $(-2)^{-2} =$ |
| e) $(-3)^{-3} =$ | f) $3^0 =$ |
| g) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} =$ | h) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} =$ |

$[\frac{1}{8}, \frac{1}{9}, -\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{27}, 1, 8, 9]$

12. Schreibe als Potenz mit einer möglichst kleinen natürlichen Zahl als Basis und einem Exponenten aus \mathbf{Z} .

- | | |
|--------------------|--------------------|
| a) $\frac{1}{9} =$ | b) $\frac{1}{7} =$ |
|--------------------|--------------------|

$[3^{-2}, 7^{-1}]$

13. Gib die Wissenschaftliche Darstellung der Zahl an. Ein Beispiel: $0.00745 = 7.45 \cdot 10^{-3}$

- | | |
|-----------------------------|-----------------------------|
| a) $0.91 =$ | b) $0.0669 =$ |
| c) $0.00000013456 =$ | d) $25.27 \cdot 10^{-7} =$ |
| e) $0.099 \cdot 10^{-12} =$ | f) $0.0055 \cdot 10^{-6} =$ |
| g) $909.09 \cdot 10^{-4} =$ | h) $0.0000032 \cdot 10^4 =$ |

$$[9.1 \cdot 10^{-1}, 6.69 \cdot 10^{-2}, 1.3456 \cdot 10^{-7}, 2.527 \cdot 10^{-6}, 9.9 \cdot 10^{-14}, 5.5 \cdot 10^{-9}, 9.0909 \cdot 10^{-2}, 3.2 \cdot 10^{-2}]$$

14. Ordne die Zahlen $3^{-3}, 10^{-3}, 2^{-4}, 2^{-10}, 10^{-2}, 3^{-2}$ nach aufsteigender Grösse.

$$[2^{-4} < 10^{-3} < 10^{-2} < 3^{-3} < 2^{-4} < 3^{-2}]$$

15. Berechne für $x = -2, -3$

a) $27 \cdot 3^x$

b) $2^x + 2^{-x}$

$$[3, 1, 4, 25, 8, 125]$$

16. Das Produkt aller Zahlen jeder Zeile, jeder Spalte und beider Diagonalen ist gleich 2^{14} . Fülle die Tabelle aus.

2^{11}	2^{-2}		2^8
2^0			2^3
		2^2	2^7
2^{-1}	2^{10}		

$$[2^{-3}, 2^5, 2^6, 2^4, 2, 2^9, 2^{-4}]$$

17. Bringe die folgenden Terme auf die Form a^b .

a) $2^5 \cdot 2^{-8} =$

b) $5^{-4} \cdot 5^{-6} =$

c) $3^{-6} \cdot 3^6 =$

d) $a^{-3} \cdot a^n =$

e) $2^{n+3} \cdot 2^{-3} =$

f) $x^{-n} \cdot x^{-n} =$

g) $4^5 : 4^{-1} =$

h) $5^{-4} : 5^{-3} =$

i) $a^n : a^{n-1} =$

j) $d^3 : d^{-n} =$

$$[2^{-3}, 5^{-10}, 1, a^{n-3}, 2^n, x^{-2n}, 4^6, 5^{-1}, a, d^{n+3}]$$

18. Bringe die folgenden Terme auf die Form a^b .

a) $(3^{-2})^{-3} =$

b) $(6^{-2})^3 =$

c) $(5^3)^{-2} =$

d) $(7^0)^{-7} =$

e) $(a^{-2})^n =$

f) $(b^{-n})^{-2} =$

g) $(c^2)^{n-1} =$

h) $(d^{3n})^{-2} =$

$$[3^6, 6^{-6}, 5^{-6}, 1, a^{-2n}, b^{2n}, c^{2n-2}, d^{-6n}]$$

19. Forme so um, dass im Schlussergebnis keine Klammer und nur ein Exponent vorkommt.

a) $(-10^4)^5 =$

b) $((-10)^4)^5 =$

c) $(-10^5)^{-4} =$

d) $((-10)^{-5})^{-4} =$

$$[-10^{20}, 10^{20}, 10^{-20}, 10^{20}]$$

20. Bringe die folgenden Terme auf die Form a^b .

a) $4^{-6} \cdot 2.5^{-6} =$

b) $5^{-10} \cdot 1.4^{-10} x^{-10} =$

c) $12^{-x} : 6^{-x} =$

d) $18^{-2n} : 6^{-2n} =$

$$[10^{-6}, (7x)^{-10}, 2^{-x}, 3^{-2n}]$$

21. Forme so um, dass im Schlussergebnis nicht mehr weiter zusammengefasst werden kann und dass keine Klammern und keine negativen Exponenten vorkommen.

a) $(4a^{-3} \cdot 5a^2) : 10a^3 =$

b) $(10a^{-3} + 4a^{-2}) \cdot 2a^3 =$

c) $(10a^{-3} + 4a^{-2}) : 2a^3 =$

d) $(10a^{-3} : 5a^{-2}) \cdot 2a^3 =$

e) $(10a^{-3} : 5a^{-2}) : 2a^3 =$

f) $(a^{2n+1} \cdot a^{-n}) : a^2 =$

g) $(a^{2n+1} : a^{2n-1}) : a^2 =$

$$\left[\frac{2}{a^4}, 8a + 20, \frac{5}{a^6} + \frac{2}{a^5}, 4a^2, \frac{1}{a^4}, a^{n-1}, 1 \right]$$

22. Schreibe als gewöhnlichen Bruch.

a) $\left(\frac{x}{3}\right)^{-2} : \left(\frac{x}{6}\right)^{-2} =$

[$\frac{1}{4}$]

b) $\left(\frac{x}{2}\right)^{-4} : \left(\frac{x}{6}\right)^{-4} =$

[$\frac{1}{81}$]

23. Schreibe als Dezimalzahl. Begründe jeden einzelnen Schritt mit einer Potenzenregel oder einer Definition.

a) $(a-b)^{10} : (b-a)^{10} =$

[1]

b) $(a-b)^7 \cdot (b-a)^{-7} =$

[-1]

24. Forme so um, dass im Schlussergebnis nicht mehr weiter zusammengefasst werden kann und dass keine Klammern und keine negativen Exponenten vorkommen.

a) $(1+x^{-3})^2 =$

b) $(x+x^{-1})^3 =$

c) $(x^4 + 2x^{-1})^3 =$

$$\left[\frac{2}{x^3} + \frac{1}{x^6} + 1, x^3 + 3x + \frac{3}{x} + \frac{1}{x^3}, x^{12} + 6x^7 + 12x^2 + \frac{8}{x^3} \right]$$

25. Entscheide, ob die Aussage wahr oder falsch ist. Begründe Deine Entscheidung !

a) $9^{1.5} \in \mathbf{N}$

[w]

b) $5^{1.5} < 11$

[f]

c) $0.5^{0.5} > 0.5$

[w]

d) $\pi^{100} < 9^{50}$

[f]

e) $\sqrt{\sqrt{2}} = \sqrt[3]{2}$

[f]

f) $27^{\frac{2}{3}} + 64^{\frac{2}{3}} = 125^{\frac{2}{3}}$

[w]

g) $16^{0.75} \in \mathbf{R}$

[f]

h) $\left(2 + \frac{2}{3}\right)^{0.5} = 2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{0.5}$

[w]

i) $\left(2 + \frac{2}{7}\right)^{\frac{1}{3}} = 2 \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^{\frac{1}{3}}$

[w]

26. Löse die Gleichung $x^{\frac{3}{4}} = 10$ in \mathbf{R} mit Hilfe des TR (ohne solve-Befehl). Gib die ersten 4 Ziffern der Lösung an. [21.54]

27. Löse die untenstehenden Gleichungen in \mathbf{R} mit Hilfe der Potenzgesetze und nicht mit ausprobieren.

a) $x^5 = 2^5$

b) $x^6 = 16^3$

c) $x^4 = 2^{-4}$

d) $x^3 = -8$

e) $x^5 = -2^{10}$

f) $x^{-5} = -2^{10}$

$$[2, \pm 4, \pm 0.5, -2, -4, -0.25]$$

28. Löse die untenstehenden Gleichungen in \mathbf{R} .

a) $2^x = 2^{-5}$

b) $\frac{1}{64} = 2^x$

c) $2^{-12} \cdot 2^{-x} = 2^6$

d) $(2^2)^x = 1$

35. Berechne ohne Verwendung eines TR.

a) $\sqrt[3]{1000} =$

b) $\sqrt{\frac{16}{81}} =$

[10, $\frac{4}{9}$]

Frage: Welchen Exponenten sollen wir der Wurzel zuordnen, welcher Exponent macht Sinn (z.B. bei $\sqrt{2} = 2^?$) ?

Überlegung:

- $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2 = 2^1$
- $2^x \cdot 2^x = 2^1 \Rightarrow 2^{2x} = 2^1 \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$
- Wenn die Potenzgesetze auch für Wurzelausdrücke gelten sollen, erhalten wir: $\sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}$
- Nehmen wir noch ein zweites Beispiel:
- $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{4} = 4 = 2^1$
- $4^x \cdot 4^x \cdot 4^x = 4^1 \Rightarrow 4^{3x} = 4^1 \Rightarrow 3x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$
- Wenn wir davon ausgehen, dass die Potenzgesetze auch für Wurzelausdrücke gelten sollen, erhalten wir: $\sqrt[3]{4} = 4^{\frac{1}{3}}$

Allgemein definieren wir:

Definition 5 Für $a \in \mathbf{R}_0^+$ und $n \in \mathbf{N}$ definieren wir:

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

Es folgt bereits die nächste Frage.

Frage: Welchen Exponenten sollen wir z.B. dem Wurzelausdruck $\sqrt[3]{a^2}$ zuordnen ?

Überlegung:

- $\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[3]{a^2} = a^2$
- $a^x \cdot a^x \cdot a^x = a^{3x}$
- Einerseits erhalten wir a^2 , mit dem Potenzgesetz erhalten wir a^{3x} . Gleichsetzen ergibt: $2 = 3x \Rightarrow x = \frac{2}{3}$. Wir setzen also $\sqrt[3]{a^2} = a^{\frac{2}{3}}$

Allgemein:

Definition 6 Es sei $a \in \mathbf{R}_0^+$; $m, n \in \mathbf{N}$. Dann definieren wir:

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

Wir erweitern unsere Definition für negative Exponenten:

Definition 7 Es sei $a \in \mathbf{R}^+$; $m, n \in \mathbf{N}$. Dann definieren wir:

$$a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$$

Übungen

36. Berechne ohne Verwendung der Wurzelfunktion des TR.

- | | |
|---------------------------|----------------------------|
| a) $49^{\frac{1}{2}}$ | b) $27^{\frac{1}{3}}$ |
| c) $10000^{\frac{1}{4}}$ | d) $64^{-\frac{1}{3}}$ |
| e) $1.44^{\frac{1}{2}} =$ | f) $0.125^{\frac{1}{3}} =$ |

[7, 3, 10, 0.25, 1.2, 0.5]

37. Berechne ohne Verwendung der Wurzelfunktion des TR.

- | | |
|------------------------|--------------------------|
| a) $8^{\frac{2}{3}} =$ | b) $32^{-\frac{2}{5}} =$ |
| c) $121^{1.5} =$ | d) $125^{\frac{4}{3}} =$ |

[4, 0.25, 1331, 625]

38. Ordne die Potenzen $64, 64^0, 64^{-1}, 64^1, 64^{1.5}, 64^{-1.5}$ ohne Hilfe des TR nach aufsteigender Grösse. Überprüfe Dein Ergebnis mit dem TR.

Mit den oben getroffenen Definitionen können die Potenzgesetze noch einmal erweitert werden, nämlich auf den Zahlenbereich der rationalen Zahlen.

Satz 7 (2. Erweiterung der Potenzregeln). $a \in \mathbf{R}_0^+, b \in \mathbf{R}^+, q_1, q_2 \in \mathbf{Q}$.

$a^{q_1} \cdot a^{q_2} = a^{q_1+q_2}$ (R1)
$a^{q_1} : a^{q_2} = a^{q_1-q_2}$ (R2)
$(a^{q_1})^{q_2} = a^{q_1 \cdot q_2}$ (R3)
$a^{q_1} \cdot b^{q_1} = (ab)^{q_1}$ (R4)
$a^{q_1} : b^{q_1} = (a : b)^{q_1}$ (R5)

Übungen

39. Schreibe als Potenz mit rationalem Exponenten bzw. als ganze Zahl wenn möglich.

- | | |
|--|--|
| a) $10^{\frac{1}{3}} \cdot 10^{\frac{1}{6}} =$ | b) $7^{1.4} \cdot 7^{1.5} \cdot 7^{0.6} =$ |
| c) $2^{\frac{9}{4}} \cdot 2^{\frac{9}{5}} =$ | d) $5^{0.2} \cdot 5^{-0.5} =$ |
| e) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[5]{2} =$ | f) $\sqrt[4]{\sqrt{5}-1} \cdot \sqrt[4]{\sqrt{5}+1} =$ |
| g) $2^{\frac{1}{3}} \cdot 4^{\frac{1}{3}} =$ | h) $4^{\frac{2}{3}} \cdot 16^{\frac{2}{3}} =$ |
| i) $5^{\frac{3}{4}} \cdot 10^{\frac{3}{4}} =$ | j) $5^{-0.5} \cdot 20^{-0.5} =$ |
| k) $\sqrt[3]{120} : \sqrt[3]{15} =$ | l) $\sqrt[4]{50} : \sqrt[4]{2} =$ |

[$10^{\frac{1}{2}}, 7^{\frac{7}{2}}, 2^{\frac{81}{20}}, 5^{-\frac{3}{10}}, 2^{\frac{8}{15}}, 2^{\frac{1}{2}}, 2, 16, 50^{\frac{3}{4}}, 0.1, 2, 5^{\frac{1}{2}}$]

40. Berechne ohne TR. Schreibe Dein Ergebnis als Potenz mit rationalem Exponenten bzw. als Zahl wenn möglich.

a) $\left(5^{\frac{2}{3}}\right)^6 =$

b) $\left(3^{-\frac{1}{2}}\right)^4 =$

c) $\left(10^{\frac{3}{4}}\right)^2 =$

d) $(10^2)^{\frac{2}{3}} =$

$[625, 3^{-2}, 10^{\frac{3}{2}}, 10^{\frac{3}{2}}]$

41. Berechne ohne TR. Schreibe Dein Ergebnis als Potenz mit rationalem Exponenten bzw. als Zahl wenn möglich.

a) $5^{\frac{1}{6}} : 5^{\frac{1}{7}} =$

b) $\left(a^{\frac{3}{4}} : a^{\frac{2}{3}}\right) : a =$

c) $\sqrt[3]{2} : \sqrt[5]{2} =$

d) $\left(\sqrt[8]{5^3} \cdot \sqrt[5]{5^6}\right) : \sqrt[40]{5} =$

$[5^{\frac{1}{42}}, a^{-\frac{11}{12}}, 2^{\frac{2}{15}}, 5^{\frac{31}{20}}]$

42. Ermittle mit Hilfe der Potenzregeln und ohne TR die Lösungsmenge der untenstehenden Gleichungen in
- \mathbf{R}
- .

a) $x^{-2.5} = 3^{2.5}$

b) $x^{0.2} = 2$

c) $x^{-0.5} = 7$

d) $x^4 = 10^{-4}$

e) $x^{0.75} = 8$

f) $x^{0.8} = \frac{1}{16}$

$[\frac{1}{3}, 32, \frac{1}{49}, \pm 0.1, 16, \pm \frac{1}{32}]$

43. Ermittle mit Hilfe der Potenzregeln und ohne TR die Lösungsmenge der untenstehenden Gleichungen in
- \mathbf{R}
- .

a) $9^x = 3$

b) $8^x = 4$

c) $1000^x = 0.1$

d) $8^{-0.25} = 2^x$

$[0.5, \frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, -0.75]$

44. Ermittle die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen in
- \mathbf{R}
- mit Überlegen oder Probieren.

a) $x^0 = 0$

b) $0^x = 0$

$[\{\}, \mathbf{R}^+]$

45. Ermittle die Lösungsmenge der untenstehenden Gleichung, indem Du die Gleichung mit Hilfe der Substitution in eine Gleichung 2. Grades überführst.

a) $4 \cdot 2^x + 32 = (2^x)^2$

b) $4 \cdot 2^x + 32 = 4^x$

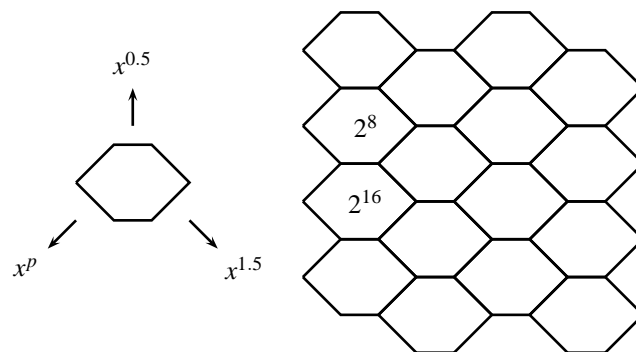
c) $9^{2x} + 3 = 4 \cdot 9^x$

d) $3^x + 18 \cdot 3^{-x} = -9$

$[\mathbf{L} = \{3\}, \mathbf{L} = \{3\}, \mathbf{L} = \{0, 0.5\}, \mathbf{L} = \{\}]$

46. Fülle die Zelle der Wabe nach folgender Regel aus und berechne
- p
- .

$[p = 4/3]$



47. Schreibe als Potenz mit rationalem Exponenten. Überprüfe Dein Ergebnis anschliessend mit der TR.

a) $\sqrt{\sqrt[3]{2}} =$

b) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{2}} =$

c) $\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}} =$

d) $\sqrt[3]{\frac{1}{\sqrt{2}}} =$

$[2^{\frac{1}{6}}, 2^{\frac{1}{12}}, 2^{\frac{7}{8}}, 2^{-\frac{1}{6}}]$

Wir definieren den prozentualen Fehler eines Ergebnisses E_F folgendermassen (E_E bezeichnet das exakte Ergebnis):

$$F_{pr} = \frac{|E_F - E_E|}{E_E}$$

48. Ein Schüler erhält $3.6 \cdot 10^{4.9}$ als Resultat seiner Berechnungen. Er rundet es und schreibt $3.6 \cdot 10^5$ hin. Wie gross ist

a) der absolute Fehler (Differenz) ? $[\approx 74042]$ b) der prozentuale Fehler ? $[\approx 25.89\%]$

49. Wie gross ist der prozentuale Fehler, wenn ein Resultat von

a) $10^{78.7}$ auf 10^{79} gerundet wird ?

b) $10^{45.95}$ auf 10^{46} gerundet wird ?

c) $10^{24.05}$ auf 10^{24} gerundet wird ?

$[\approx 99.53\%, \approx 12.20\%, \approx 10.87\%]$