

Maturitätsprüfung 2007

Mathematik

Klasse 4bW

Kantonsschule Solothurn

Wirtschaftliches Maturitätsprofil

Name:

Note:

Hinweise zur Bearbeitung der Prüfung:

- Zur Lösung der Aufgaben stehen drei volle Stunden zur Verfügung.
- Jede Aufgabe ist auf einer neuen Seite zu lösen.
- Taschenrechner TI89 und Formelsammlung („Formeln und Tafeln“) dürfen verwendet werden.
- Der Lösungsweg muss klar ersichtlich und vollständig sein.

Details zur Verwendung des TI89:

- Werden Gleichungen gelöst, Funktionen abgeleitet oder Anzahlen in der Kombinatorik mit dem TI-89 berechnet, so müssen diese schriftlich festgehalten werden. (Zum Beispiel $p=25!/27!=0.0014$ statt $p=0.0014$).
- Die Funktionen fMin, fMax, Minimum und Maximum des TI89 dürfen im Lösungsweg nicht verwendet werden.

Ich wünsche viel Erfolg!

Marcel Fischer

1. (5 P.) Laut Wikipedia betrug die Weltbevölkerung am 1.1.1987 fünf Milliarden Menschen, am 1.1.2000 waren es 6 Milliarden.
 - a) Stelle eine Exponentialfunktion und eine lineare Funktion auf, die beide dieses Wachstum beschreiben.
 - b) Welche der beiden Funktionen trifft den Wert 6.5 Milliarden am 1.7.2006 besser ?
 - c) Wann ist mit diesen beiden Funktionen jeweils mit einer Weltbevölkerung von 10 Milliarden zu rechnen ? Gib Monat und Jahr des gefundenen Datums an.

2. (9 P.) In Überraschungseiern hat es in jedem 6.Ei ein Spielzeugauto, in 75% der Eier eine Comicfigur und in den restlichen Eiern ein Plastiktier.
 - a) Caroline kauft drei Eier. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie
 - i) genau 3 Comicfiguren
 - ii) mindestens ein Plastiktier
 - iii) genau ein Spielzeugauto, ein Plastiktier und eine Comicfigur unter den Eiern hat ?
 - b) Wie viele Überraschungseier muss Marcel kaufen, damit er mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% mindestens ein Spielzeugauto hat ?
 - c) Der Spielgruppenleiter Christian kauft 20 Überraschungseier. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass er
 - i) genau 3 Plastiktiere
 - ii) mindestens 4 und höchstens 12 Comicfiguren unter den gekauften Eiern hat ?
 - d) Manuela kauft zwei Überraschungseier. Wie müssen die Wahrscheinlichkeiten für die Comicfiguren und die Plastiktiere verändert werden, so dass sie mit 25% Wahrscheinlichkeit genau 1 Plastiktier erhält ?

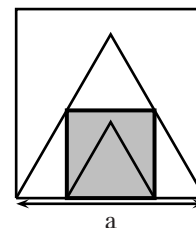
3. (9 P.) Zwei unabhängige Teilaufgaben:
 - a) (4.5 P.) Eine Fläche A wird durch die x -Achse und die Parabel $y = -x^2 + 2x$ begrenzt. Wie muss der Parameter m der Geradengleichung $y = mx$ ($m \in (0, 2)$) gewählt werden, damit die Gerade die Fläche halbiert ?
 - b) (4.5 P.) Gegeben ist die Funktion f mit der Vorschrift $f(x) = a^2x^2 - (a+2)^2$ mit $a > 0$. Das Flächenstück zwischen dem Grafen von f und der x -Achse wird um die x -Achse rotiert. Wie gross muss a sein, damit der dabei entstehende Körper minimales Volumen hat ?

4. (10 P.) Drei unabhängige Teilaufgaben:

- a) (2.5 P.) Eine Polynomfunktion 3. Grades ($f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$) hat im Ursprung einen Wendepunkt und geht durch die Punkte $A(-1|3)$ und $B(2|0)$. Bestimme die Funktionsgleichung $f(x)$.
- b) (3.5 P.) Gegeben ist die Funktionsvorschrift $f(x) = \frac{x+1}{e^x}$
- Bestimme die Gleichung der Kurventangenten im Punkt $P(-1|?)$
 - Wie müssen die reellen Parameter a und b bei der Funktion $F(x) = \frac{ax+b}{e^x}$ gewählt werden, damit die Bedingung $F'(x) = f(x)$ erfüllt ist?
- c) (4 P.) Gegeben sind die Funktionen $f(x) = 4 - 3 \cdot e^{-0.5x}$ und $g(x) = e^{0.5x}$.
- Die Graphen schneiden sich in zwei Punkten. Bestimme den Schnittwinkel im Schnittpunkt mit der grösseren x -Koordinate.
 - Für welchen x -Wert im Intervall $[0,2]$ ist die y -Koordinatendifferenz der Funktionen $f(x)$ und $g(x)$ am grössten?

5. (10 P.) Zwei unabhängige Teilaufgaben:

- a) (5 P.) In ein Quadrat mit der Seitenlänge a wird ein gleichseitiges Dreieck einbeschrieben, in dieses wiederum ein Quadrat, usw. (siehe Abbildung).
- Berechne die Seitenlänge des schraffierten Quadrats in Abhängigkeit von a (falls Du die Lösung nicht findest, dann nimm an, $a = 10$ cm. Diese Lösung gibt dann einen Punkt weniger).
 - Wir betrachten die Folge der Flächeninhalte der Quadrate (GF), wobei a_1 für das grösste Quadrat verwendet wird, a_2 für das zweitgrösste, usw. Dazu sei $a = 10$ cm. Berechne (näherungsweise) die Summe $a_1 + a_2 + \dots + a_n$, wenn $n \rightarrow \infty$?



- b) (5 P.) Ein Kartenhaus wird nach nebenstehendem Schema gebaut. Diese Figur zeigt ein 4-stöckiges Haus. Beachte, dass zuunterst keine Karten liegen.
- Wie viele Karten braucht es für ein 8-stöckiges Haus?
 - Wie viele Karten braucht es für ein n -stöckiges Haus?
 - Wie viele vollständige Stockwerke könnte man mit 2000 Karten bauen?

