Maturitätsprüfung 2005

Mathematik

Klasse 4bW

Kantonsschule Solothurn

Wirtschaftliches Maturitätsprofil

Name: **Note:**

Hinweise zur Bearbeitung der Prüfung:

- Zur Lösung der Aufgaben stehen drei volle Stunden zur Verfügung.
- Jede Aufgabe ist auf einer neuen Seite zu lösen.
- Taschenrechner TI89 und Formelsammlung ("Formeln und Tafeln") dürfen verwendet werden.
- Der Lösungsweg muss klar ersichtlich und vollständig sein.

  Details zur Verwendung des TI89:

  – Werden Gleichungen gelöst, Funktionen abgeleitet oder Anzahlen in der Kombinatorik mit dem TI-89 berechnet, so müssen diese schriftlich festgehalten werden. (Zum Beispiel p=25!/27!=0.0014 statt p=0.0014).
  – Die Funktionen fMin, fMax, Minimum und Maximum des TI89 dürfen im Lösungsweg nicht verwendet werden.

Ich wünsche viel Erfolg!

Marcel Fischer

Erreichte Punktzahl:

Aufgabe	1	2	3	4	5
Punkte					

Summe:

Aufgabe 1 (11 Punkte) Gegeben ist die Funktion $f(x) = \dfrac{(2x-8)^2}{x^2+2x-15}$.

a) (7 P.) Diskutiere die Funktion $f(x)$, bestimme also den Definitionsbereich, die Nullstellen, die Polstellen, die horizontalen Asymptoten, die Extrema, die Wendestellen und zeichne den Graphen.

Gib die gefragten Punkte jeweils in der Form $P(x|y)$ an.

b) (2 P.) Bestimme die Geradengleichung der Tangente an die Funktion $f(x)$ an der Stelle $x = 7$.

c) (2 P.) Wir betrachten nun die allgemeinere Funktion $g(x) = \dfrac{(ax-8)^2}{x^2+2x-15}$.

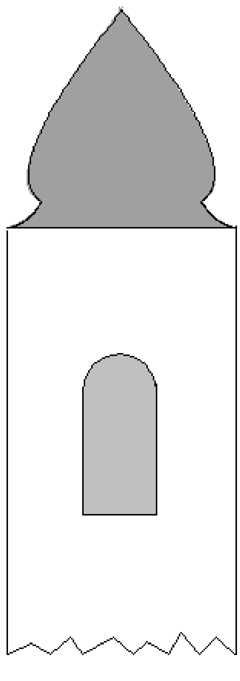
Bestimme a in der Funktion $g(x)$ so, dass $g(x)$ an der Stelle -4 die Steigung 42 hat.

Aufgabe 2 (10 Punkte) Zwei unabhängige Teilaufgaben

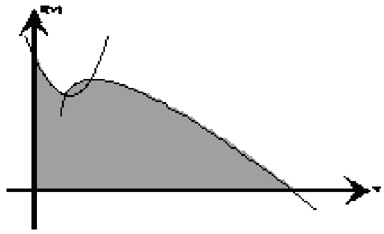
a) Der Helm eines barocken Kirchturms aus Kupferblech besitzt die Form eines Rotationskörpers. Wird seine Randlinie (Mantellinie) betrachtet, dann lässt sich diese zusammensetzen aus Teilen zweier Funktionsgraphen, nämlich aus Kurven mit den beiden Funktionen

$f_1(x) = \ln(x-1) - 0.75x + 5$ und

$f_2(x) = 0.5x^2 - 1.5x + 4$



Im Bild unten sind die beiden Graphen gezeichnet. Rotiert dann der grau gefärbte Flächenbereich um die x-Achse, dann entsteht der dargestellte Turmhelm.



Berechne den Volumeninhalt dieses Turmhelms.

b) Gegeben ist die Funktion $f(x) = -\dfrac{1}{2}(x+2)(x-6)$. Bestimme zwei Geraden so, dass der Flächeninhalt zwischen dem Graphen von $f(x)$ und der x-Achse in vier gleich grosse Flächenteile unterteilt wird.

Aufgabe 3 (9 Punkte) Das Werfen von Tennisbällen ist anstrengend. Carlo wirft wiederholt Tennisbälle, jeden Wurf allerdings 3% weniger weit als den vorherigen. Beim ersten Wurf schafft er 24m.

a) (2 P.) Stelle die Folge auf, die die Wurfweite beschreibt. Gib sowohl das explizite als auch das rekursive Bildungsgesetz an.

b) (1.5 P.) Beim wie vielten Wurf wirft er erstmals weniger als 0,5m weit?

c) (2.5 P.) Nun wirft Carlo den nächsten Wurf jeweils vom Ankunftsort des vorherigen Wurfs aus. Wie weit kommt er dann insgesamt nach 120 Würfen vorwärts? Um wie viele Meter käme er weiter, wenn er unendlich oft werfen würde?

d) (1 P.) Auch Roberta wirft jeden Wurf um den gleichen Prozentsatz weniger weit als den vorherigen. Dieser Prozentsatz ist allerdings nicht bekannt. Wir wissen aber das folgende: Beim 17. Wurf erreicht sie 25m und beim 22. Wurf immerhin noch 20m. Wie weit wirft sie beim 80. Wurf?

e) (2 P.) Manuel wirft nach jedem Wurf um xm weniger weit. Wie weit hat er den 1. Wurf geworfen, wenn er im zwanzigsten Wurf 35m weit warf und im fünfunddreissigsten Wurf 30m?

Aufgabe 4 (8 Punkte) Bei einem Spiel wirfst Du zuerst eine reguläre Münze. Erscheint Kopf, so wirfst Du ein kleines Schweinchen aus Kunststoff. Das Schwein landet mit 60% Wahrscheinlichkeit auf der Seite und du gewinnst 1 Franken. Landet das Schwein auf den Beinen (Wahrscheinlichkeit 30%), so gewinnst Du 2 Franken und landet das Schwein auf dem Rüssel (Wahrscheinlichkeit 10%), so gewinnst Du sogar 4 Franken.

Erscheint jedoch Zahl, so ziehst Du hintereinander und ohne Zurücklegen zwei Zettel aus einem Sack. Im Sack befinden sich sechs Zettel, einer mit Ziffer 0, zwei mit Ziffer 1 und drei mit der Ziffer 2 darauf. Du verlierst nun soviele Franken, wie das Produkt der beiden Ziffern beträgt.

a) (3 P.) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass du einen Verlust beim Spiel machst?

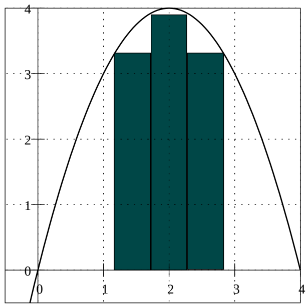
b) (3 P.) Wie viel wirst Du im Durchschnitt beim Spiel verlieren oder gewinnen?

c) (2 P.) Wie du festgestellt hast, ist das Spiel nicht fair, d.h. der Erwartungswert ist nicht 0.

Die Münze soll so gezinkt werden, dass das Spiel fair wird. Mit welcher Wahrscheinlichkeit muss die Münze Kopf zeigen?

Aufgabe 5 (7 Punkte) Gegeben ist der Graph der Funktion $f(x) = 4x - x^2$. In den Graphen werden drei Rechtecke folgendermassen einbeschrieben:

- Die Rechtecke befinden sich im ersten Quadranten, jeweils eine Seite liegt auf den Koordinatenachsen.
- alle Rechtecke sind gleich breit und liegen zwischen Graph und x-Achse.
- Das mittlere Rechteck hat zwei Eckpunkte auf dem Graphen, die beiden anderen je einen Eckpunkt.



Wie muss die Breite der Rechtecke gewählt werden, damit sie zusammen einen möglichst grossen Flächeninhalt einschliessen?